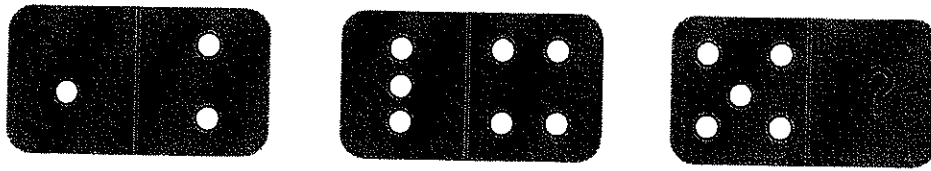
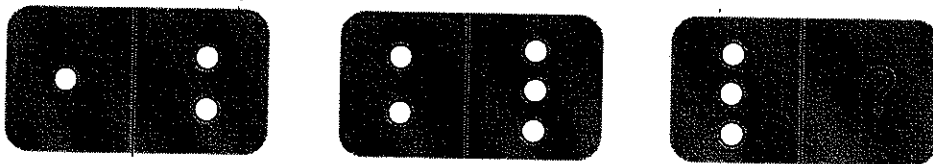


- 1.a) Päättelä montako silmää oheisen kuvan viimeisen dominolaatan puoliskossa on. Perustele lyhyesti vastauksesi. (Perustelemattomasta vastauksesta ei anneta pisteitä.)



- b) Päättelä montako silmää oheisen kuvan viimeisen dominolaatan puoliskossa on. Perustele lyhyesti vastauksesi. (Perustelemattomasta vastauksesta ei anneta pisteitä.)



Ratkaisut:

- a) Silmäluvut kasvavat aina yhdellä mentäessä vasemmalta oikealle eli kysytty silmäluku on 6. Tästä annetaan **3 pistettä** (vastaus ilman perusteluja **0 pistettä**). Muita järkeviä mahdollisuuksia ei ole. Oikeasta vastauksesta annetaan **1 piste**, jos perustelut puutteelliset.
- b) Dominolaattojen puoliskoissa silmäluvut kasvata aina yhdellä siirryttäessä vasemmalta oikealle eli kysytty silmäluku on 4. Tästä annetaan **3 pistettä** (vastaus ilman perusteluja **0 pistettä**). Oikeasta vastauksesta annetaan **1 piste**, jos perustelut puutteelliset.

2.a) Suolakurkkuja valmistettaessa tehdään liuos, jossa 600 grammaan suolaa lisätään vettä niin paljon, että liuoksen suolapitoisuudeksi tulee 15,0 %. Kuinka paljon vettä on lisättävä?

b) Traktorin arvon oletetaan alenevan 10 % vuosittain. Mikä olisi tällöin traktorin arvo viiden vuoden kuluttua, kun sen nykyinen arvo on 38 000 euroa?

Ratkaisut:

a) Koko liuoksen määrästä suolaa on 15,0 % eli 600 grammaa (tästä **0,5p**)

Tapa 1: Siis koko liuosmäärä on $\frac{600g}{15} \cdot 100 = 4000g$ (tästä **1,5 p**)

ja vettä lisättävä $4000 g - 600 g = 3400 g$ (tästä **1,5 p**)

Vastaus: 3400 g (**3 p**)

Jos vastauksena on koko liuosmäärä, niin annetaan **1,5 pistettä**.

Tapa 2: Merkitään $x =$ vesimäärä, jolloin liuosta kaikkiaan $x + 600$ (tästä **0,5 p**)

$$0,15(x + 600) = 600 \quad (\text{tästä } 1,5 \text{ p})$$

$$0,15x + 0,15 \cdot 600 = 600$$

$$0,15x = 600 - 90$$

$$0,15x = 510 \quad (\text{tästä } 0,5 \text{ p})$$

$$x = \frac{510}{0,15} = 3400 \quad (\text{tästä } 0,5 \text{ p})$$

Vastaus: 3400 g (**3 p**)

b) Traktorin nykyinen arvo on 38 000 €.

Alenee 10 %, joten arvo 1. vuoden kuluttua on $38\,000 - 0,10 \cdot 38\,000 = 0,9 \cdot 38\,000$ €. (tästä **0,5 p**)

Viiden vuoden kuluttua $0,9^5 \cdot 38\,000 \text{ €} \approx 22\,438,62 \text{ €} \approx 22\,400 \text{ €}$. (tästä **3 p**)

Vastaus: 22 400 €

Muutkin pyöristykset hyväksytään.

Kaavasta : $\frac{5 \cdot 10 \cdot 38000}{100}$ (**0,5 p**)

Jos laskettu vuosi vuodelta niin annetaan **täydet pisteet**.

- 3.a) Vuoden ensimmäisen puoliskon aikana karjan maidontuotos oli vain 40 % koko vuoden tavoitteesta. Kuinka monta prosenttia enemmän karjan olisi maitoa tuotettava loppuvuoden aikana kuin vuoden ensimmäisen puoliskon aikana, jotta päästäisiin koko vuoden tavoitteeseen?
- b) Leivän arvonlisäverollinen myyntihinta saadaan siten, että leivän verottomaan hintaan lisätään siitä laskettu 17 prosentin arvonlisävero. Kuinka monta prosenttia leivän arvonlisäverollinen myyntihinta laskee, jos arvonlisävero alennetaan 12 prosenttiin? Ilmoita vastaus kahden desimaalin tarkkuudella.

Ratkaisut:

- a) Olkoon koko vuoden tavoite $100a$ yksikköä.

Ensimmäisellä puolivuotiskaudella tuotos $0,4 \cdot 100a = 40a$ (tästä **0,5 p**) ja siis toisella puolivuotiskaudella on tuotettava $100a - 40a = 60a$ yksikköä. (tästä **0,5 p**).

Vuoden jälkipuoliskolla on siis tuotettava $60a - 40a = 20a$ yksikköä enemmän kuin ensimmäisellä puoliskolla (tästä **0,5 p**) eli

$$\frac{20a}{40a} \cdot 100\% = 50\% \text{ enemmän. (tästä 1,5 p)}$$

Vastaus: On tuotettava 50 % enemmän. (**3 p**)

Päättelystä: $\frac{60 - 40}{40} \cdot 100\% = 50\%$ annetaan myös **3 p**.

- b) Olkoon arvonlisäveroton hinta a .

Verollinen myyntihinta on nyt $1,17a$. (tästä **0,5 p**)

Verollinen myyntihinta arvonlisäveron laskun jälkeen on $1,12a$. (tästä **0,5 p**)

Ero (=hinnan lasku) on $1,17a - 1,12a = 0,05a$. (tästä **0,5 p**)

Hinnan lasku prosentteina on $\frac{0,05a}{1,17a} \cdot 100\% \approx 4,27\%$. (**1,5 p**)

Vastaus: Hinta laskee 4,27 %. (**3 p**)

Muutkin pyöristykset hyväksytään.

- 4.a) Työaika lyhennetään 10 prosenttia. Kuinka paljon tulee työtehon kasvaa, jotta tehdyn työn määrä pysyisi muuttumattomana?
- b) Kaksi kesätyöntekijää teki työn 8 tunnissa. Kuinka pitkä aika kuluisi saman työn tekemiseen kuudelta kesätyöntekijältä, mikäli heidän kaikkien työtehonsa olisi sama?

Ratkaisut:

- a) Olkoon alkuperäinen työaika t , tehty työmäärä N ja alkuperäinen teho P . Työaika lyhenee 10 %, joten työaika lyhennyksen jälkeen on $0,9t$. Jotta tehty työmäärä säilyisi samana, on tehon kasvettava P_1 :ksi.

Alussa siis työmäärä on $N = Pt$ (tästä **0,5 p**) ja lopussa työmäärä on sama eli $N = P_1 \cdot 0,9t$. (tästä **0,5 p**)

Nyt siis pätee $P_1 \cdot 0,9t = Pt$ (tästä **2 p**)

josta $P_1 = \frac{Pt}{0,9t} \approx 1,11P$ (tästä **0,5 p**)

$1,111\dots - 1 \approx 0,11\dots$ eli 11 % (tästä **0,5 p**)

Vastaus: Työtehon pitää kasvaa 1,11-kertaiseksi tai 11 % (**3 p**)

Muutkin pyöristykset hyväksytään.

- b) Olkoon tehty työmäärä N

Yhden työntekijän "teho" eli työmäärä tunnissa on $\frac{N}{16}$ (tästä **0,5 p**) ja kuusi

työntekijää tekee tunnissa työmäärän $6 \cdot \frac{N}{16} = \frac{6N}{16}$. (tästä **0,5 p**)

Koko työmäärän tekemiseen kuluu aikaa tällöin

$\frac{6N}{16} \cdot t = N$ (tästä **2 p**)

$\frac{6N}{16} \cdot t = N \quad | \cdot \frac{16}{6N}$

$t = N \cdot \frac{16}{6N}$ (tästä **0,5 p**)

$t = \frac{N \cdot 16}{6N} = \frac{16}{6} = 2\frac{2}{3}$ (tästä **0,5 p**)

Pyöristykset hyväksytään.

Vastaus: Aikaa kuluu kuudelta työntekijältä $2\frac{2}{3}h$ eli 2h 40 min. (**3 p**)

5.a) Suomessa metsien kokonaistilavuus oli vuoden 2007 lopussa $2,115 \cdot 10^9 \text{ m}^3$. Vuonna 2008 maamme metsien vuotuinen kokonaistilavuuskasvu oli $80 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ ja maamme metsistä hakattiin puuta yhteensä $57 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ teollisuuden ja muiden toimijoiden käyttöön. Oletetaan, että metsiemme vuosittainen tilavuuskasvu ja puunkäyttö pysyvät tämän suuruisina seuraavat 10 vuotta. Esitä maamme metsien puuston kokonaistilavuus ajan funktiona vuodesta 2007 eteenpäin. Piirrä kokonaistilavuuden kuvaaja.

b) Puun rungon tilavuus voidaan likimääräisesti laskea peruskaavalla $v = fgh$, missä f = puun rinnankorkeusmuotoluku, g = puun ympyrän muotoiseksi oletettu poikkileikkausala rinnankorkeudelta ja h = puun pituus. (Rinnankorkeus tarkoittaa 1,3 metrin korkeutta maanpinnasta lukien.) Mikä on maailman suurimman puun, mammuttipetäjä General Shermanin, tilavuus tällä kaavalla laskettuna, kun sen pituus on 85 m ja ympärysmitta on 31 m rinnankorkeudelta. Sen rinnankorkeusmuotoluvuksi arvioidaan 0,35.

Ratkaisut:

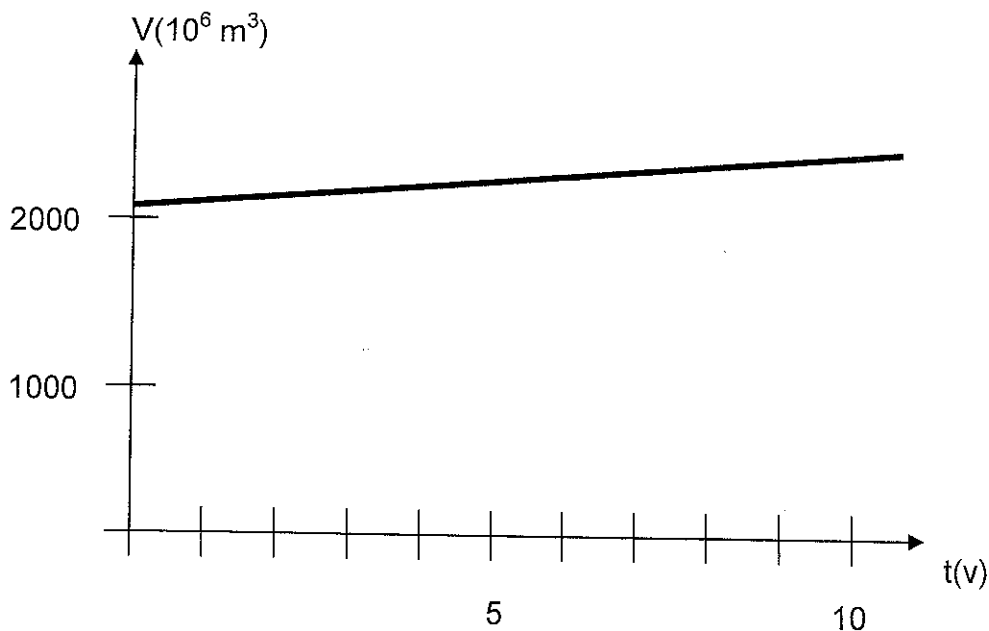
a) Puuston kokonaismäärä $2,115 \cdot 10^9 \text{ m}^3 = 2115 \cdot 10^6 \text{ m}^3$

Puuston vuotuinen nettotilavuuskasvu $80 \cdot 10^6 \text{ m}^3 - 57 \cdot 10^6 \text{ m}^3 = 23 \cdot 10^6 \text{ m}^3$.
(tästä **0,5 p**)

Puuston kokonaistilavuus ajan funktiona

$V(t) = 2115 \cdot 10^6 \text{ m}^3 + 23 \cdot 10^6 \text{ m}^3 \cdot t$, missä t on aika vuosina. (tästä **1p**)
(Tässä funktiossa ei vaadita yksiköitä.)

Tämän funktion kuvaaja on suora (5 vuoden kuluttua puuston tilavuus on $2230 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ ja 10 vuoden kuluttua puuston tilavuus on $2345 \cdot 10^6 \text{ m}^3$).



Oikeasta kuvaajasta **1,5 pistettä**, jos yksiköt puuttuvat akseleilta (toinenkin) vähennetään **0,5 pistettä**. Vaaka-akselilla voi olla kalenterivuodetkin.

b) Puun tilavuus saadaan arvioitua kaavalla $V = fgh$.

Nyt $f = 0,35$ ja $h = 85$ m ja poikkileikkausala g saadaan laskettua annetun piirin avulla seuraavasti

$$p = 2\pi r = 31 \text{ m, josta säde } r = \frac{31 \text{ m}}{2\pi} \text{ tai } r = \frac{31 \text{ m}}{2\pi} \approx 4,9338 \text{ m} \quad (0,5 \text{ p})$$

$$\text{Nyt poikkileikkausala on } g = \pi r^2 = \pi \cdot \left(\frac{31 \text{ m}}{2\pi}\right)^2 = \frac{(31 \text{ m})^2}{4\pi} \text{ tai } 76,4739 \text{ m}^2. \quad (0,5 \text{ p})$$

$$\text{Tilavuudeksi saadaan } V = fgh = 0,35 \cdot \frac{(31 \text{ m})^2}{4\pi} \cdot 85 \text{ m} \approx 2275,1 \text{ m}^3 \approx 2275 \text{ m}^3 \quad (2 \text{ p})$$

(Oikea sijoitus kaavaan antaa **1 pisteen** ja lopullinen tulos **1 pisteen**.)

Vastaus: General Shermanin tilavuusarvioksi saadaan 2275 m^3 . (3 p)